

Mathematik 11

1.) Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + y' - 2y = e^x$$

mit den Anfangsbedingungen $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

2.) Berechnen Sie den Schwerpunkt der nicht-homogenen Achtelkugel

$$K: x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2, \quad x, y, z \geq 0,$$

mit der Dichtefunktion

$$\rho(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

3.) Von der Zykloide

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t, \end{cases}$$

berechne man in jenem Punkt, der dem Parameterwert $t = \frac{\pi}{2}$ entspricht, die Krümmung sowie die Gleichung des *Krümmungskreises*.

Name:

Vorname:

Matrikelnummer:

In welchem Semester haben Sie die Übungen zu dieser Prüfung positiv absolviert?
(z.B.: SS 1998)

Lösung: 1) $y = \frac{x}{3} e^x + C_1 e^x + C_2 e^{-2x}, \quad C_1 = \frac{5}{9}, \quad C_2 = \frac{4}{9}$
 2) $\pi = \frac{\pi}{8} a^4, \quad S = \left(\frac{2}{5} a, \frac{2}{5} a, \frac{2}{5} a \right)$
 3) $K = -\frac{1}{\sqrt{8}}, \quad R = \sqrt{8}$

$$K: \left. \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 1 + \sqrt{8} \cos t \\ y = -1 + \sqrt{8} \sin t \end{cases} \right\} (0 \leq t \leq 2\pi)$$